

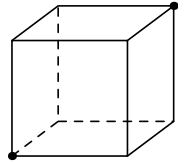
Задача 10.1. а) (2 балла) Среди любых ли 10 палочек найдутся три, из которых можно составить треугольник?

б) (1 балл) Верно ли, что из любых десяти палочек можно сложить десятиугольник?

Задача 10.2. (2 балла) Лист бумаги можно порвать на 4 или 6 частей. Каждый образовавшийся клочок тоже можно порвать на 4 или 6 частей, и т.д. Докажите, что такими действиями можно разорвать лист на любое число частей, большее 8.



Задача 10.3. (2 балла) Муравей сидит в вершине куба. Как ему переползти по поверхности куба в противоположную вершину кратчайшим путём?



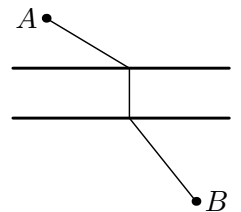
Задача 10.4. (4 балла) Доска 8×8 сложена из доминошек 1×2 . Докажите, что какие-то две из них образуют квадрат 2×2 .

Задача 10.5. Докажите, что сумма длин диагоналей выпуклого пятиугольника

а) (4 балла) больше его периметра; **б)** (3 балла) меньше его удвоенного периметра.

Задача 10.6. (1 балл) Фирма решила вырубить лес, но экологи запротестовали. Тогда директор фирмы всех успокоил, сказав: «В лесу 99% сосен. Мы будем рубить только сосны. После рубки сосны будут составлять 98% всех деревьев». Какую часть леса вырубит фирма?

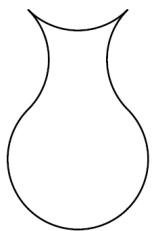
Задача 10.7. (2 балла) Две деревни находятся по разные стороны от реки, берега которой — параллельные прямые (см. рис. справа). В каком месте реки надо построить мост, перпендикулярный берегам, чтобы длина пути из одной деревни в другую была наименьшей?



Задача 10.8. Ваза, изображённая на рисунке слева, составлена из шести одинаковых четвертинок окружностей.

а) (2 балла) Разрежьте её на части, из которых можно сложить квадрат.

б) (3 балла) Сделайте это, разрезав вазу не более, чем на три части.



Задача 10.9. В каждой клетке доски 9×9 сидело по жуку. По сигналу каждый жук переполз в одну из соседних клеток по диагонали. В каких-то клетках оказалось несколько жуков, а некоторые клетки стали пустыми. Могло ли пустых клеток быть

а) (3 балла) ровно 9; **б)** (4 балла) меньше 9?

Дополнительные задачи

Задача 10.10. (4 балла) Найдутся ли 10 различных натуральных чисел, ни одно из которых не является квадратом натурального числа, а произведение любых двух является квадратом натурального числа?

Задача 10.11. а) (4 балла) Из 12 палочек сложили 3 четырёхугольника. Всегда ли можно ли сложить из этих палочек 4 треугольника?

б) (4 балла) Из 12 палочек сложили 4 треугольника. Всегда ли можно ли сложить из этих палочек 3 четырёхугольника?

Задача 10.12. а) (3 балла) Маляр-хамелеон гуляет по клетчатой доске, за ход перепрыгивая на любую клетку в том же столбце или в той же строке. Попав на клетку, он либо принимает её цвет, либо перекрашивает её в свой. Белого маляра поставили на чёрную доску. Может ли он перекрасить её в шахматном порядке?

б) (5 баллов) Та же задача, но за ход маляр сдвигается на соседнюю по стороне клетку.